

Z.1 Die vier Bereiche des Mathematiklernens

A: Organisation des Lernens	B: Emotion und Motivation	C: Erarbeiten und Verstehen	D: Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten
A.1 Organisation des Lernens – Übersicht	B.1 Emotion und Motivation – Übersicht	C.1 Begriffe und Definitionen – Beispiele finden	D.1 Habe ich die Aufgabe verstanden und weiß ich, was ich tun soll?
A.2 Das Semester im Blick und im Griff	B.2 Lust auf Mathe! – Die eigene Motivation aufbauen, stärken und aufrechterhalten	C.2 Gesetze und Sätze – Wenn und Dann	D.2 Vorwissen aktivieren – nichts ist neu und alles ist schon einmal dagewesen!
A.3 Materialorganisation	B.3 Selbstfürsorge – Ausgleich finden im Studium	C.3 Beweise verstehen – präzise bleiben	D.3 Mathematische Regeln anwenden und auf Passung prüfen
A.4 Lernroutine im Semester – Wochenplanung	B.4 Der Weg aus der Sackgasse bei schwierigen Aufgaben	C.4 Ordnung im Kopf – Vernetzen	D.4 Lösungsideen entwickeln – nach verwandten Aufgaben suchen
A.5 Lernplanung und Prüfungsvorbereitung	B.5 Erste Hilfe bei Prüfungsangst	C.5 Rechenverfahren und Algorithmen	D.5 Fehlern vorbeugen und sie finden
A.6 Gute Zusammenarbeit mit Mitstudierenden		C.6 Abstrakte Ideen – eine Prise Ungenauigkeit hilft!	
A.7 Sprechstundengespräche vorbereiten und nutzen			

A.1 Organisation des Lernens – Übersicht

Organisation des Lernens

Das Semester im
Blick und im Griff
(A.2)

Wenn Sie zum Beispiel
... befürchten, Sie könnten sich im Laufe des Semesters verzetteln, Wichtiges verpassen oder nicht alle Vorhaben schaffen;
... denken, eine genaue Übersicht über alles, was ansteht, und eine gute Zeitplanung für Ihr Lernen und Arbeiten bringen Sie voran.

Material-
organisation
(A.3)

Wenn Sie zum Beispiel
... noch nicht genau wissen, welche Materialien für Ihr Lernen hilfreich sein können;
... keinen Überblick haben, was Sie noch benötigen und was Ihnen schon zur Verfügung steht.

Lernroutine im
Semester –
Wochenplanung
(A.4)

Wenn Sie zum Beispiel
... Ihren Lernalltag noch besser strukturieren und eine gute Lernroutine entwickeln möchten;
... befürchten, nicht alles unter einen Hut zu bekommen, und nach Ideen suchen, wie Sie Ihre Zeit wöchentlich und täglich sinnvoll einteilen können.

Lernplanung und
Prüfungs-
vorbereitung
(A.5)

Wenn Sie zum Beispiel
... vor den Prüfungen noch keine Orientierung und Übersicht haben und Sie nicht so richtig wissen, wie Sie vorgehen können;
... vor Aufregung und Druck beinahe kopflös sind und jetzt einen klaren Fahrplan brauchen.

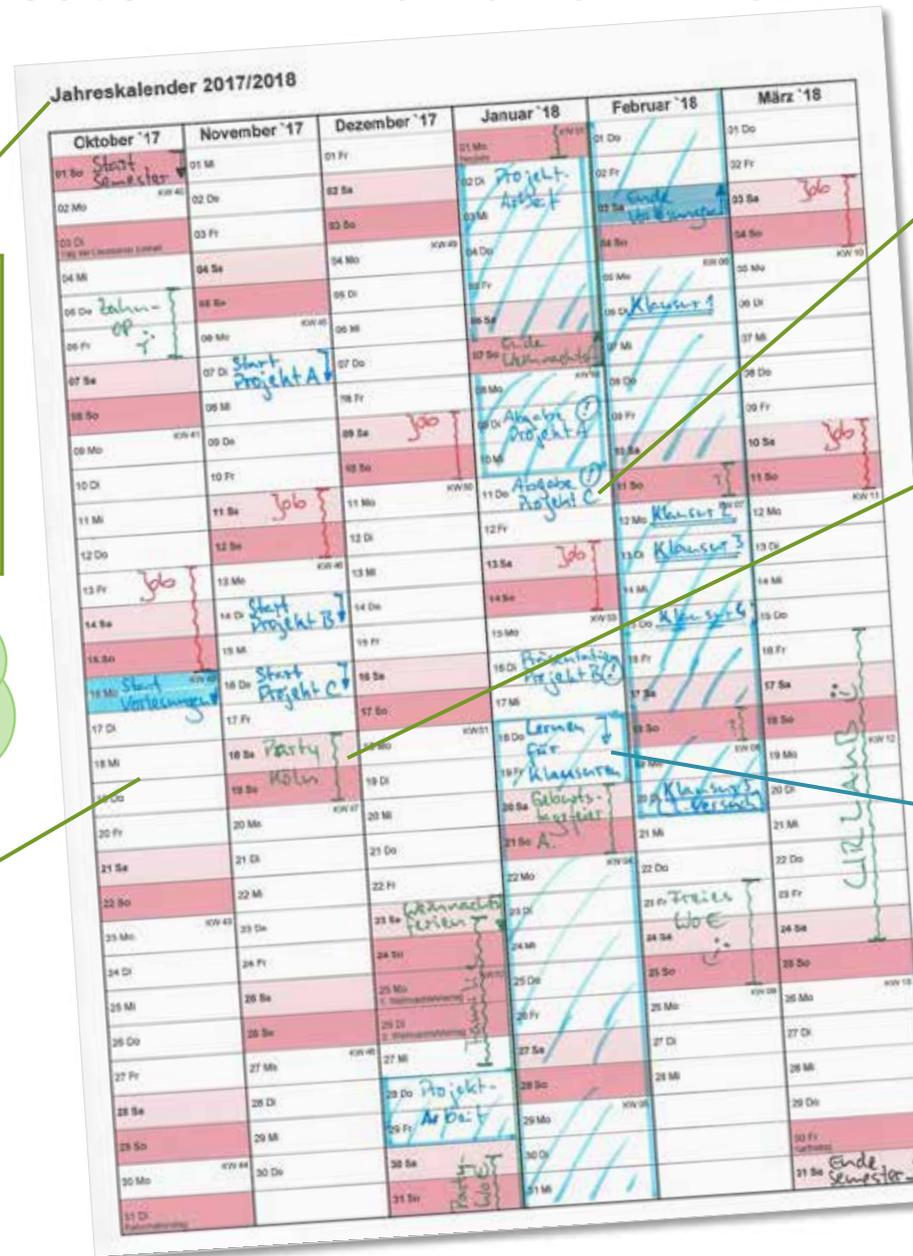
Gute Zusammen-
arbeit mit
Mitstudierenden
(A.6)

Wenn Sie zum Beispiel
... noch keine Lerngruppen oder Lernpartner*innen haben und neugierig sind, ob Ihnen so etwas helfen könnte.
... das gemeinsame Lernen und Arbeiten in Ihrer Lerngruppe oder Lernpartnerschaft noch verbessern wollen.

Sprechstunden-
gespräche
vorbereiten und
nutzen (A.7)

Wenn Sie sich zum Beispiel Rat und Unterstützung in einem Sprechstundengespräch erhoffen und Sie von Ihrer Seite gut vorbereitet sein wollen, um
... das Beste für sich herauszuholen;
... vor Ihrem Prof oder Dozenten nicht allzu planlos dazustehen.

A.2 Das Semester im Blick und im Griff



Es gibt verschiedene Online-Plattformen, auf denen personalisierte Jahreskalender erstellt werden können – z. B. mit allen Monaten eines Semesters, den Feiertagen je nach Bundesland etc.

Nutze ich ein Programm/ eine App oder plane ich lieber auf Papier?

Wie soll das routinemäßige Lernen – außerhalb der „heißen“ Phasen – im Semester aussehen? (siehe Karte A.4)

Alle wichtigen von außen vorgegebenen und festen Termine aus dem Studium (hier blau) oder von der Arbeit (hier rot) werden eingetragen.

Auch durch private Termine „ausgebuchte“ Tage werden fest eingetragen (hier grün).

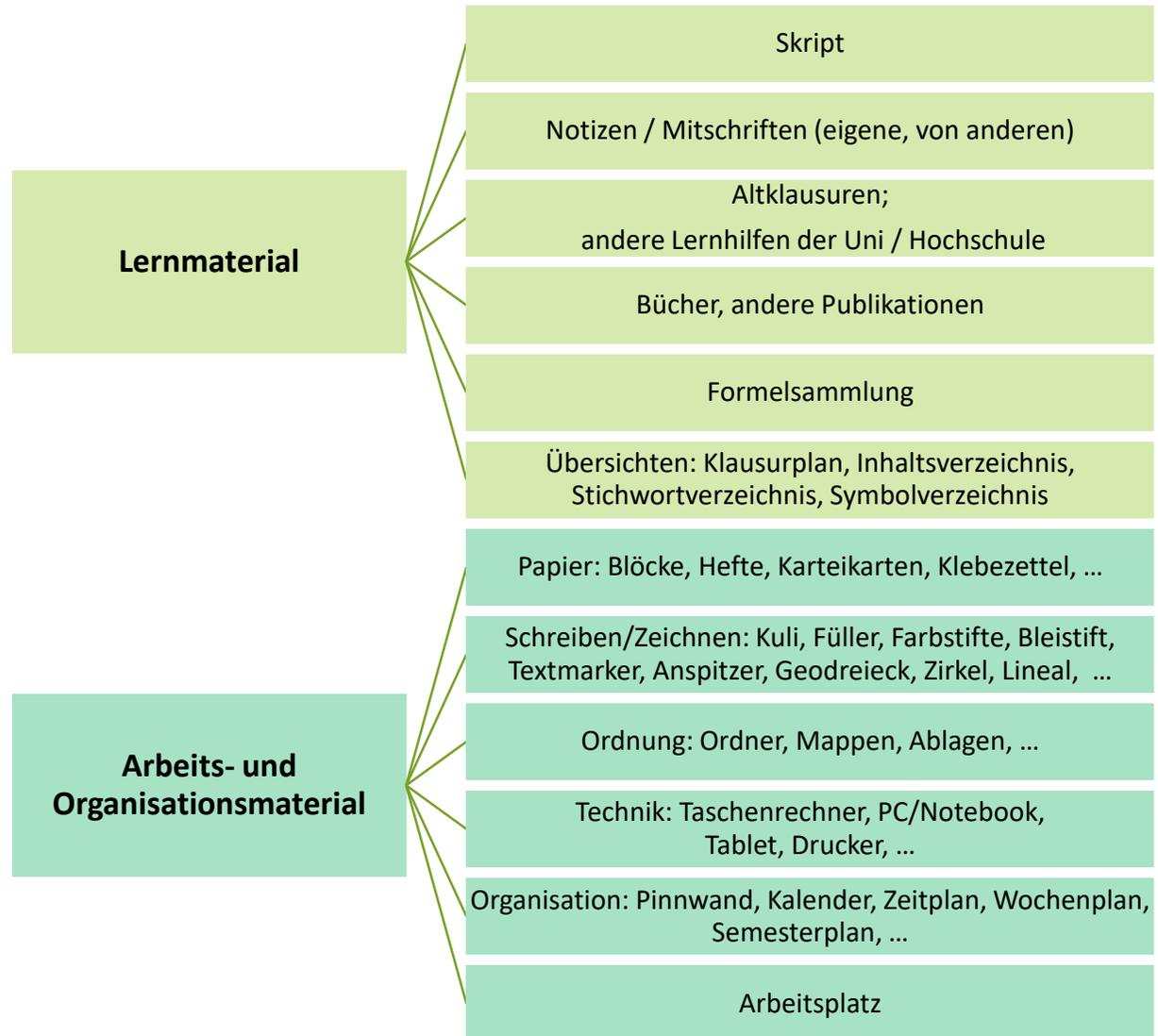
Intensive Arbeitsphasen (z. B. für Projekte oder zur Prüfungsvorbereitung) werden so weit wie möglich für das Lernen reserviert und können auf dem Plan schraffiert werden.

Wie viel Zeit benötige ich? Wann fange ich an? Tipps: Planen Sie zeitlich rückwärts! Rechnen Sie Puffer ein!

A.3 Materialorganisation

Leitfragen:

1. Was benötige ich für ein zielführendes Mathelernen?
2. Was habe ich schon?
3. Was brauche ich noch?
 - Wie bekomme ich das?
 - Was möchte ich noch ergänzen?
 - Womit lerne ich gern?
 - Womit habe ich in der Vergangenheit erfolgreich gelernt?
4. Wie und zu welchem Zweck nutze ich die Materialien?



A.4 Lernroutine im Semester – Wochenplanung

Uhrzeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag
08-09	Grundlagen Mathe	Statik	Grundlagen Mathe	Statik	Wissenschaftliches Arbeiten	
09-10						
10-11		Grundlagen Mathe	Informatik für Ingenieure	Grundlagen Mathe		
11-12						
12-13	Grundlagen Werkstofftechnik	Multimedia	Grundlagen Werkstofftechnik	Informatik für Ingenieure		
13-14					Heimweg ins Bett	
14-15	Basic Technical Communication	Multimedia		Multimedia		
15-16						
16-17						
17-18			Physiotherapie		Zurück zur Uni	
18-19						
19-20	Kauftraining					
20-21						
21-22						

Alle von außen vorgegebenen und festen Termine wie Vorlesungen (hier blau), Übungen (hier grün), Tutorien, Projektgruppen etc. werden eingetragen.

Auch (regelmäßige) private Termine oder Fahrtzeiten haben Platz (hier orange) und werden fest eingetragen.

Die „Zwischenräume“ können mit den weiteren Lern-Terminen gefüllt werden, z. B. eigenes Nacharbeiten, Lerngruppen o. Ä. (und bekommen eine eigene Farbe).

Konkrete und kleine Aufgabepakete?

Guter Arbeitsort?

Fahrtzeiten?

Nebenjob?

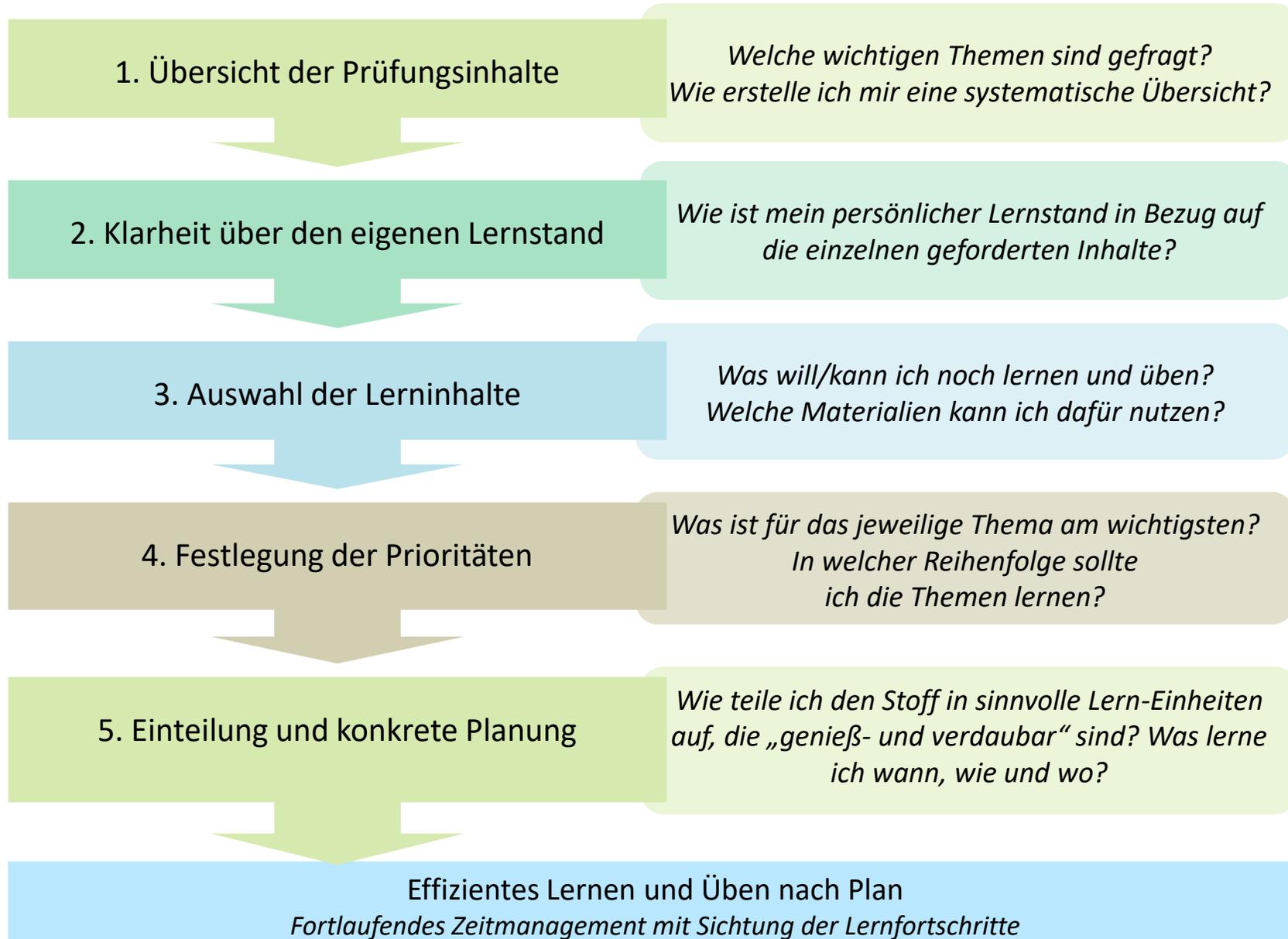
Gute Arbeitszeiten? Pausen eingeplant?

Ehrenamt?

Sport?

Bandprobe?

A.5 Lernplanung und Prüfungsvorbereitung



A.6 Gute Zusammenarbeit mit Mitstudierenden

Neben dem eigenständigen Rechnen und Üben können Lerngruppen oder -partnerschaften in der Mathematik beim Erarbeiten und Lernen des Stoffs helfen. Folgende Nutzen kann das gemeinschaftliche Lernen haben:

Verständnis und Einordnung von Aufgaben in „das größere Ganze“ bekommen

Fragen zu konkreten Aufgaben klären

Übungsblätter gemeinsam rechnen

Sich gegenseitig überprüfen und Rückmeldung geben, z. B. auch in einer Probepfprüfung

Moralische Unterstützung und Rückhalt bekommen

Fragen zu Vorlesungsinhalten diskutieren und klären

Dinge (auch organisatorische) mitbekommen

Motivation, z. B. durch feste Termine im Semester, um am Stoff dranbleiben zu können

(Teil-)Erfolge und den Stand des Wissens gemeinsam feiern

Haben Sie bereits in einer Lerngruppe gearbeitet oder tun Sie es aktuell?

Was hilft Ihnen dabei am meisten? Wo genau unterstützt die Lerngruppe?

Haben Sie auch negative Erfahrungen beim Lernen mit anderen gemacht? Wenn ja, welche waren das? Konnten Sie die Probleme lösen?

A.7 Sprechstundengespräche vorbereiten und nutzen

Kontaktaufnahme

Sprechzeiten mit oder ohne Termin?

Möglichkeiten der Kontaktaufnahme: E-Mail, Anruf, persönliche Ansprache nach Vorlesung...?

Gibt es wichtige Vorinformation für die oder den Lehrenden?

Mögliche Nachfragen: Soll ich etwas mitbringen oder vorher zusenden?

In der Vorbereitung

Aufgaben sauber und lesbar abschreiben

Lösungsversuche oder -ideen stichpunktartig notieren

Fragen oder Schwierigkeiten herausarbeiten und notieren

Alle nötigen Materialien vor der Bürotür aus der Tasche holen

Im Gespräch

Materialien zum Mitschreiben nutzen

Kurze Vorstellung: Name, Studiengang, Semester und ggf. Lehrveranstaltung, auf die sich die Frage bezieht

Wichtigstes Anliegen formulieren

Vorstellung bisheriger Unternehmungen zur Lösung der Frage

Bei Unklarheiten nachfragen, z. B. „Punkt XY habe ich noch verstanden, aber wie genau AB funktioniert, weiß ich noch nicht.“ oder „Habe ich richtig verstanden, ich löse das Problem jetzt durch AB?“

Nacharbeit

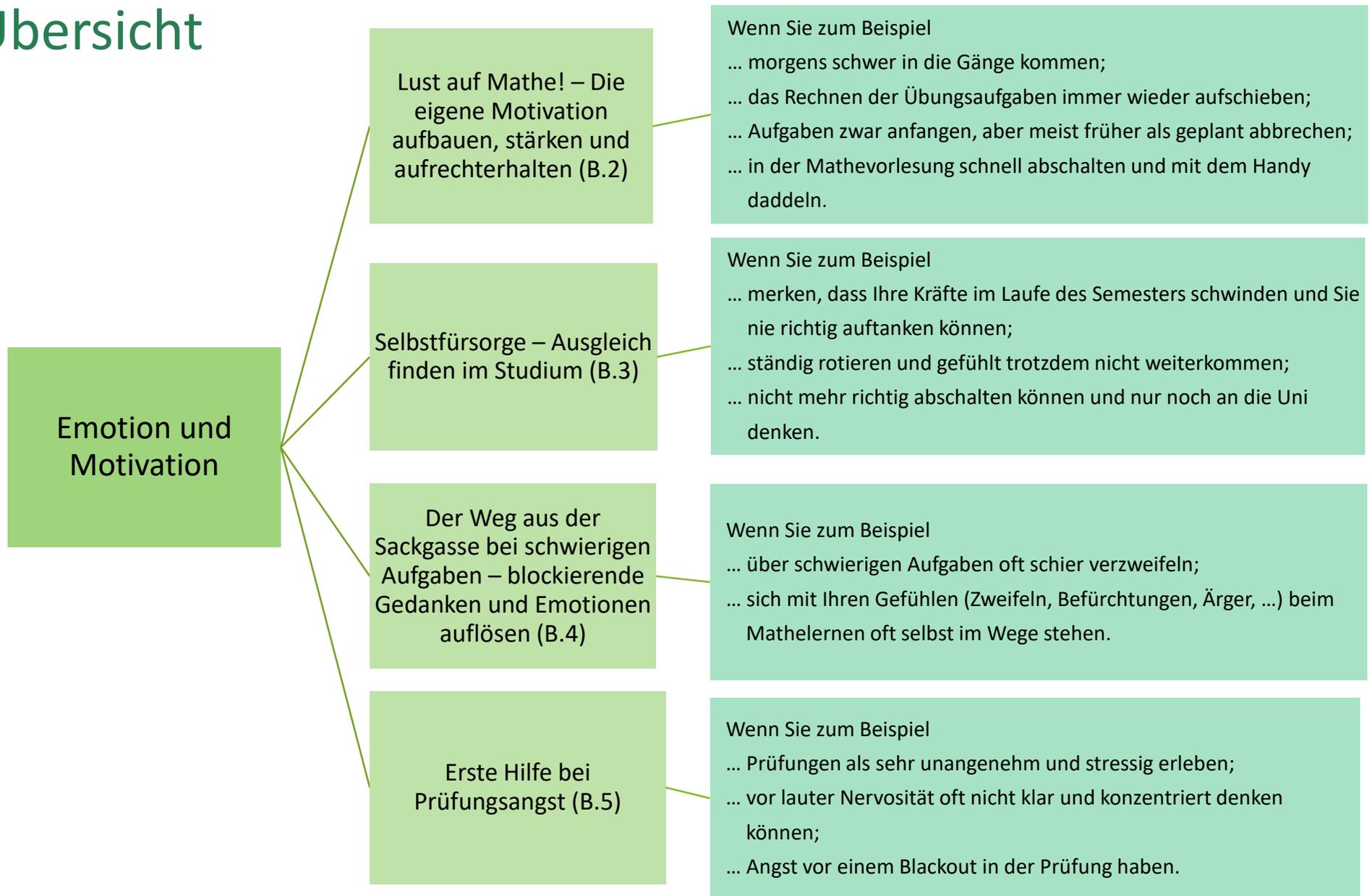
Alles Besprochene direkt nach dem Termin notieren

Bearbeitete Aufgaben sauber abschreiben inkl. Erklärung zu den einzelnen Schritten

Optional: eine ähnliche Aufgabe oder Frage bearbeiten, um den Lösungsweg weiter zu verinnerlichen

Optional: jemandem erklären, was gelernt wurde und wie man die Aufgabe löst

B.1 Emotion und Motivation – Übersicht



B.2 Lust auf Mathe! – Die eigene Motivation aufbauen, stärken und aufrechterhalten

Motivationsstrategien:
Emotionen und Stimmungen beim Lernen verbessern

An all das denken, was ich schon geschafft und gelernt habe
(Selbstwirksamkeit)

Mir selbst ein anspornendes, attraktives Ziel setzen

Mich selbst bei Erreichung eines (Etappen-) Ziels belohnen

Mit meinen Erfolgen und Misserfolgen hilfreich umgehen

Motivationslöcher vorwegnehmen und meinen Umgang damit planen

Lernaufgaben motivierend auswählen und gestalten

Ein positives Bild, ein Motto oder motivierende Musik finden und nutzen

Große Aufgaben in kleine Pakete aufteilen, sodass sie machbar werden

Ressourcenbezogene Strategien:
innere und äußere Rahmenbedingungen verbessern

Meine innere Einstellung zu Stoff und Anstrengung verbessern

Konzentration und Energiehaushalt optimieren
(Erholung, Pausen, Ernährung)

Lernphasen und Arbeitszeiten sinnvoll einteilen
(Zeitmanagement)

Schwierigkeiten und den Umgang damit einplanen

Lernumgebung optimieren
(Lernort, Arbeitsplatz, Materialien)

Bei Verständnisproblemen und Lücken zusätzliche Infos suchen

Andere Personen in den Lern- und Arbeitsprozess einbinden

Die eigenen Zeitfresser erkennen und mit passenden Strategien beseitigen

B.3 Selbstfürsorge – Ausgleich finden im Studium

Eine gute Zeitplanung, Selbstorganisation und die passenden Lernstrategien sind wichtig für erfolgreiches Mathematik-Lernen und Erfolg im Studium. Aber dann wäre da noch der eigene Energiehaushalt und wie man sich selbst Gutes tut, um durch das Semester zu kommen.

Sport/Bewegung, z. B. Joggen oder Spazieren, Squash, Radfahren, Schwimmen, Wandern, Reiten, ...

Pausen machen im Alltag, z. B. bewusst einen Tee oder Kaffee trinken, Musik hören, eine Runde um den Block laufen, in die Sonne blinzeln, ...

Den Ort wechseln, z. B. zu Freunden fahren, einen Städtetrip machen, um einen See spazieren...

Mit Freunden ausgehen und feiern

Jobmentalität beachten: z. B. 40h Arbeitszeit, danach Feierabend bzw. Wochenende

Lern- und Wohnort trennen, z.B. durch die Nutzung der Bibliothek

Gezielte Entspannung, z. B. durch Meditation, Achtsamkeitsübungen, Naturerleben usw.

Hobbys pflegen oder neue suchen (Angeln, Tanzen, Minigolf, Buch-Club, Sportverein, Freiwillige Feuerwehr, Fotografie, Doppelkopf...)

Immer wieder belohnen, z. B. mit einem Eis, einer Folge Lieblingsserie, neuen Schuhen, einem Tag am See, Kartfahren, ...

- Wenn Sie das Lernen als Marathon sehen, was sind Ihre Versorgungsstationen?
- Wobei erholen Sie sich?
- Wobei oder wann tanken Sie auf?
- Was sollte, trotz Studium, nicht zu kurz kommen in Ihrem Leben?
- In welchen Situationen sind Sie entspannt oder gut gelaunt?

B.4 Der Weg aus der Sackgasse bei schwierigen Aufgaben – blockierende Gedanken und Emotionen auflösen

Völlig normal! Alle, auch die größten Mathe-Profis, kennen das: Eine Aufgabe liegt uns von Anfang an quer, kein Lösungsweg deutet sich an. Oder wir bleiben auf halbem Wege stecken... In solchen Fällen meldet sich schnell **der innere Kritiker** und flüstert uns zu: *Das schaffst du nie! Hättest du bloß besser gelernt! Du warst noch nie gut bei diesem Thema! Du wirst durchfallen!*

Angst, Wut, Verzweiflung oder andere **blockierende Gefühle** steigen in uns hoch und verhindern genau das, was wir gerade jetzt dringend brauchen: einen **klaren Kopf** und einen **kreativen Zugriff** auf alles, was wir eigentlich wissen und können.

Was tun? Es gibt vergleichsweise einfache Möglichkeiten, mit negativen Gedanken und Gefühlen umzugehen, besonders wenn man sich *bewusst* mit ihnen auseinandersetzt. Wappnen Sie sich und **erstellen Sie Ihren persönlichen Notfallkoffer** mit gedanklichen Strategien oder Aktivitäten bei schwierigen Aufgaben. Was könnte für Sie passen?

Abstand nehmen.

z. B. durchatmen, ein Glas Wasser trinken, eine Runde drehen, ...

Meine Ressourcen erkennen und nutzen – alles zählt!

z. B. Musterlösungen, Mitstudierende, Online-Videos, meine Ziele, Talente, ...

Strategien zum Lösen von Aufgaben

s. Abschnitt D zum Verstehen und Lösen schwieriger Aufgaben

Mir eine Zeit setzen

z. B. „15 Minuten versuche ich es noch, dann mache ich 5 Minuten Pause, um dann mit dieser oder einer anderen Aufgabe weiterzumachen.“

Hilfreiche innere Sätze zurechtlegen

z. B. „Ich schaffe das. Ich habe schon anderes geschafft.“ / „Ich halte durch.“ / „Ich bleibe ruhig und offen.“

Einen gestuften Plan erstellen

z. B. „Erst 3 Minuten Pause, dann Übersicht verschaffen, dann Lösungsstrategien, dann Musterlösung, ...“

Selbstfürsorge

z. B. ganz generell: Pausen machen; zwischendurch Energie tanken; mich selbst belohnen und motivieren (s. Karte B.3 „Selbstfürsorge“)

Was fällt Ihnen sonst noch ein?

B.5 Erste Hilfe bei Prüfungsangst

Bestandsaufnahme Prüfung

Was genau sind die Prüfungsanforderungen?

Was kann ich schon?

Was kann ich generell gut? Was sind meine Stärken?

Überprüfung eigener Einstellung bzw. Bewertungen

Was genau macht mir Angst?

Wie kann ich konstruktiv damit umgehen?

Wie bewerte ich körperliche Reaktionen?

Vorbereitung auf die Prüfung

Wie plane ich meine Zeit gut, sodass ich nicht in Stress komme?

Welche Lernmethoden helfen mir in der Prüfungsvorbereitung?

Was motiviert mich zur Prüfung?

Entspannung

Wobei kann ich gut entspannen?

Helfen mir Entspannungsmethoden wie z. B. Progressive Muskelentspannung oder Autogenes Training?

Bestärkung durch positive Gedanken

Wie soll die Prüfung ablaufen? (Visualisierung)

Wie werde ich mich nach der Prüfung fühlen?

Womit werde ich mich belohnen?

Kurz vor der Prüfung

Kenne ich Ort und Zeit der Prüfung?

Habe ich alle Materialien, z. B. Taschenrechner, Formelsammlung, Stifte, Ausweis zurechtgelegt?

Was nehme ich zum Trinken und ggf. Essen mit?

Planung des Prüfungstags

Wann muss ich aufstehen?

Worauf habe ich morgens Appetit, auch wenn mein Magen flau ist?

Wann möchte ich am Prüfungsort sein und wann muss ich dann los?

C.1 Begriffe und Definitionen – Beispiele finden

Definitionen strukturieren die mathematische Landschaft und geben Objekten einen Namen.

Es ist wichtig, sich ein ganzes Vorstellungnetz zu einem Begriff zu erarbeiten, damit man ihn verstehen kann.

Hier ein Beispiel:

Definition 1

Ein (reeller) Vektorraum ist eine nichtleere Menge V , für deren Elemente eine „Addition“ und eine „Subtraktion“ mit den bei Zahlen gültigen Regeln erklärt ist. Außerdem kann man die Elemente von V mit reellen Zahlen vervielfachen („S-Multiplikation“), wobei für alle $\vec{a}, \vec{b} \in V$ und alle $r, s \in \mathbb{R}$ gilt:

$$r(\vec{a} + \vec{b}) = r\vec{a} + r\vec{b};$$

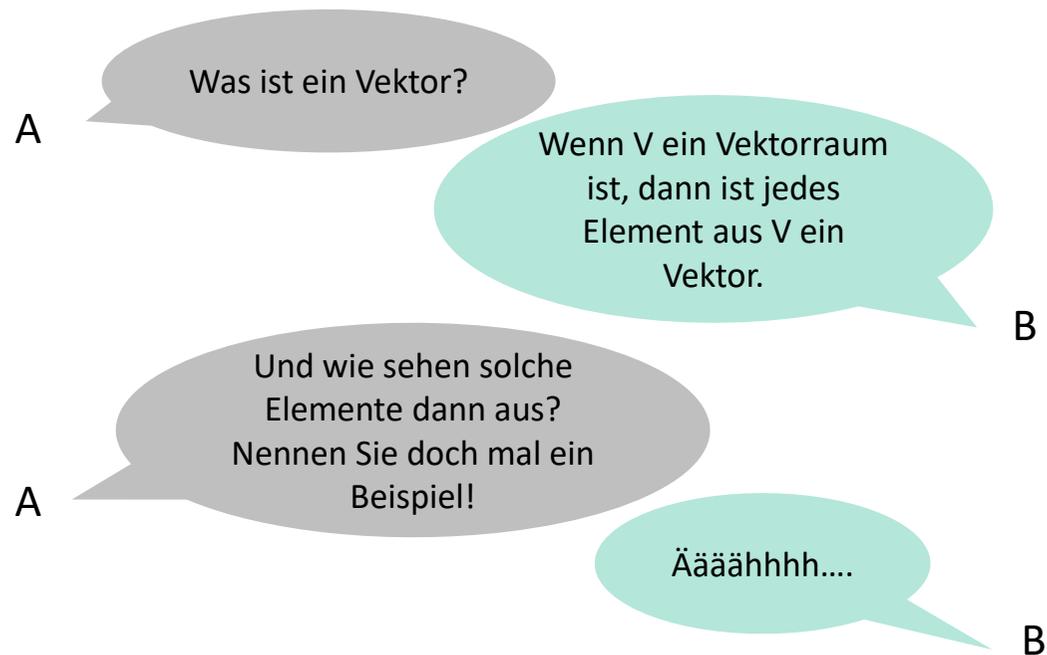
$$(r + s)\vec{a} = r\vec{a} + s\vec{a};$$

$$r(s\vec{a}) = (rs)\vec{a};$$

$$1\vec{a} = \vec{a}.$$

Definition 2

Sei V ein Vektorraum. Dann wird $\vec{a} \in V$ Vektor genannt.



Wie kann ich den Begriff „Vektor“ erklären?
Kenne ich verschiedene Beispiele für Vektoren?
Kenne ich zu jeder Definition aus meiner Vorlesung Beispiele?
Mit welchen anderen Begriffen hängt dieser Begriff zusammen?

C.2 Gesetze und Sätze – Wenn und Dann

Mathematische Gesetze werden auch einfach Sätze genannt. Sie erklären Beziehungen zwischen Begriffen und Eigenschaften der Begriffe.

Sie können sie auswendig lernen. Um die Relevanz des Satzes zu erfassen, müssen Sie sich aber weitere Fragen stellen: Warum ist dieser Satz interessant? Was vernetzt er?

Ideen für die Erarbeitung:

- Welche Begriffe kommen vor? Wie sind sie definiert?
- In welchen Zusammenhängen stehen sie?
- Welche neue Erkenntnis liefert der Satz?

Optional:

- Wie kann ich die Aussage (möglichst präzise) in Alltagssprache umwandeln?
- Kann ich den Satz mit einem Bild oder einer Skizze veranschaulichen?
- Wenn ich Spezialfälle ausprobiere: Was passiert, wenn ich bestimmte Zahlen oder enger gefasste Begriffe benutze?

Diese Ideen können Sie an den folgenden **Beispielsätzen** ausprobieren:

Höhensatz:

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Höhe h inhaltsgleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten p und q .

$$h^2 = p \cdot q$$

Teilbarkeit:

Sind l , m und n aufeinanderfolgende ganze Zahlen, dann ist $l \cdot m \cdot n$ durch 6 teilbar.

C.3 Beweise verstehen – präzise bleiben

Beweise dienen der Wahrheit. Sie sind streng logisch und folgen verschiedenen „Typen“, z. B. Widerspruchsbeweis, Beweis durch Umformen, direkter Beweis u. a.

Hilfreich beim Nachvollziehen von Beweisen: Habe ich den Beweis lückenlos verstanden?

Schritt für Schritt und präzise das eigene Beweisverständnis prüfen

Prüfen Sie jedes einzelne Wort, also wirklich jedes Wort und jedes Symbol, ob es an der richtigen Stelle steht.

Prüfen Sie, ob die Voraussetzungen für alle Elemente oder nur für eine eingeschränkte Auswahl gelten.

Prüfen Sie, ob die Folgerungen für Sie nachvollziehbar sind. Können Sie sie jemandem erklären? Das ist oft ein guter Indikator dafür, ob Sie wirklich überzeugt wurden!

Vertiefung

Prüfen Sie Prämissen und Implikationen auf die richtige Verwendung von \forall , \exists , \neg , \wedge , \vee und anderen Symbolen.

Stehen alle Symbole an der richtigen Stelle?

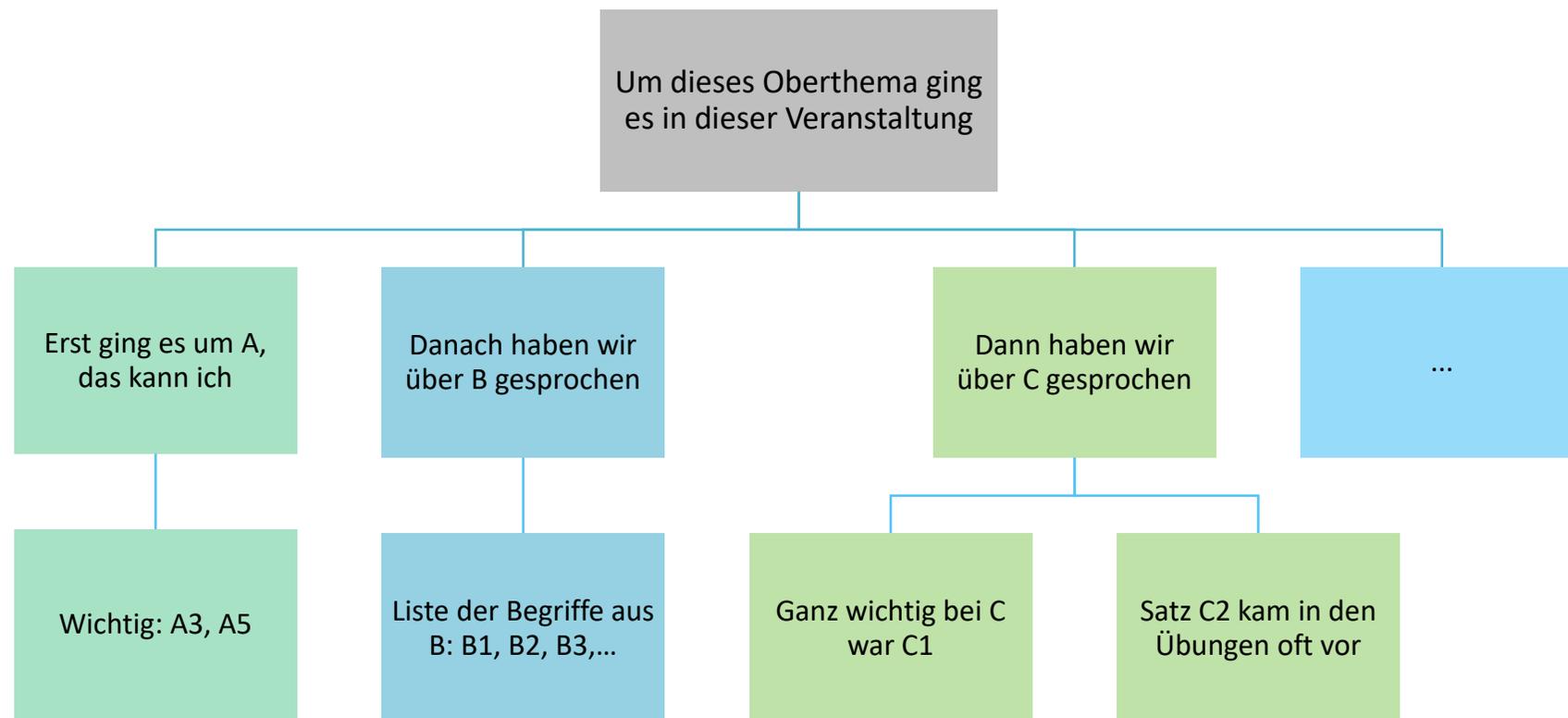
Werden \Rightarrow und \Leftrightarrow richtig genutzt?

Zu welchem Typ gehört der Beweis?

Ergibt sich aus dem Beweis ein Rechen- oder Lösungsverfahren?

C.4 Ordnung im Kopf – Vernetzen

Oft werden in den Mathematikveranstaltungen an Hochschulen die Inhalte von „vorne nach hinten“ gelehrt. Dabei verliert man sich schnell im Detail und der Überblick über die größere Struktur, in die die einzelnen Definitionen, Sätze und Beweise sich einordnen, geht verloren. Man kann feststellen, ob man die Zusammenhänge auch wirklich verstanden hat, indem man sich selbst eine Übersicht erstellt, in der auf einen Blick alle Themen der Lehrveranstaltung vorkommen. Diese kann z. B. so aussehen:



C.5 Rechenverfahren und Algorithmen

Algorithmen erleichtern das Denken. Sind sie einmal festgelegt, dann werden sie zu ihrem Zweck immer wieder ausgeführt.

Einen Algorithmus durchzuführen kann aber sehr langwierig sein, insbesondere im Lernstadium. Eine Schritt-für-Schritt-Anleitung kann beim Verstehen helfen und auch als Gedächtnisstütze dienen.

Beispiele für Algorithmen sind z. B.

... aus der Algebra: Termumformungen

... aus der Linearen Algebra: Gauß- Algorithmus

... aus den Linearen Differenzialgleichungen:
Lösungsalgorithmen

... aus der Geometrie: Konstruktionsalgorithmen

... beim Beweisen: Vollständige Induktion

Ein mögliches Schema zum Lernen von Schemata:

1. Eine Schritt-für-Schritt-Anleitung erstellen.

2. Schritt-für-Schritt-Anleitung auswendig lernen.

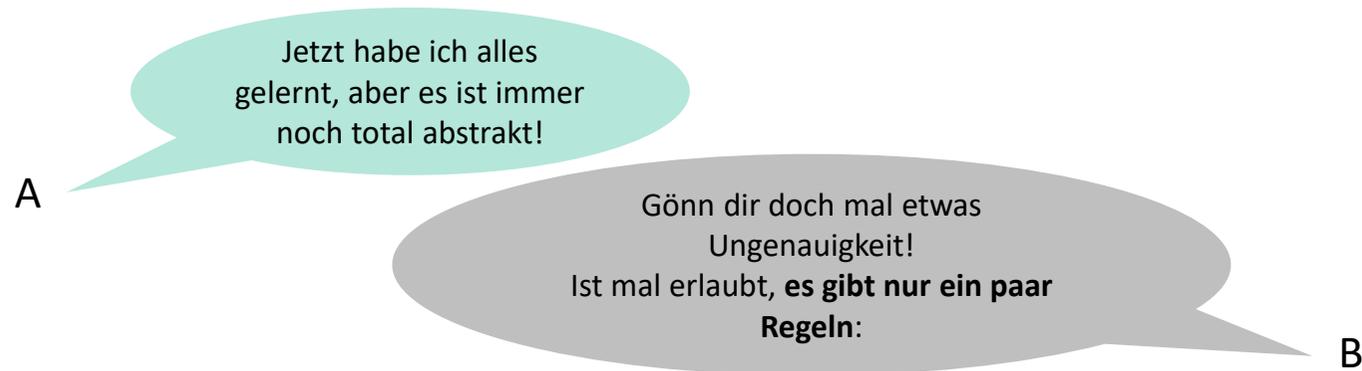
3. Beispiele aus Aufgaben nachrechnen.

4. Den Sinn und Zweck des Algorithmus in eigenen Worten beschreiben.

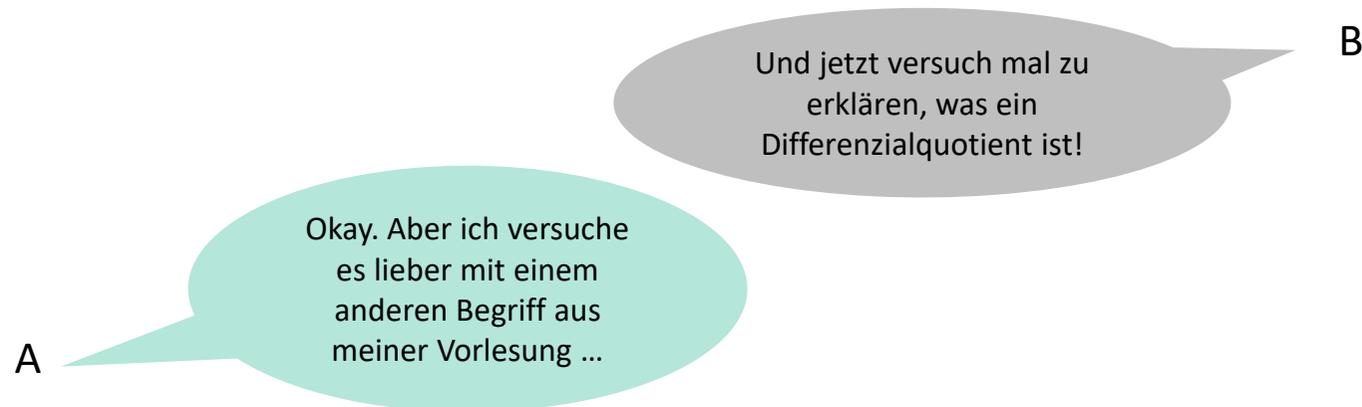
5. Eigene Beispiele berechnen und dabei präzise mit den Voraussetzungen sein: Nur wenn das eigene Beispiel sie erfüllt, darf gerechnet werden!

6. Wenn man sich traut: ein nicht erlaubtes Beispiel ausdenken und Algorithmus durchführen. Wo geht der Algorithmus „kaputt“?

C.6 Abstrakte Ideen – eine Prise Ungenauigkeit hilft!



1. Es darf nur darum gehen, eingängigere und knappere Formulierungen zu erhalten.
2. Die Formulierung darf nicht so knapp sein, dass etwas Wichtiges fehlt.
3. Du selbst musst auch die *präzise* Definition wiedergeben können.
4. Unnötige Ungenauigkeit ist zu vermeiden! Präzisere Formulierungen sind vorzuziehen, wenn sie nicht wesentlich länger oder gar kürzer als die unpräzisen Formulierungen sind.



D.1 Habe ich die Aufgabe verstanden und weiß ich, was ich tun soll?

Mit den folgenden Anregungen können Sie sich eine Aufgabenstellung so erarbeiten, dass Sie besser verstehen, was die Aufgabe überhaupt bedeutet und was sie von Ihnen erwartet.

1. Ich recherchiere die Bedeutung aller mir unbekanntem Wörter, Begriffe und Symbole aus der Aufgabenstellung.
2. Ich notiere die gegebenen und gesuchten Größen bzw. die Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe.
3. Ich suche nach Beispielen und Visualisierungen für die Aufgabe oder Teile davon.
4. Ich formuliere in eigenen Worten, was ich zu tun habe und wie ich weiter vorgehen werde.

Diese Anregungen können Sie an der folgenden

Beispielaufgabe erproben:

Beweisen Sie: Es seien a , b und c die Seiten eines Dreiecks sowie α der der Seite a gegenüberliegende Winkel. Dann gilt:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha.$$

D.2 Vorwissen aktivieren – nichts ist neu und alles ist schon einmal dagewesen!

Die meisten Aufgaben und Klausuraufgaben lassen sich mit dem Wissen aus der Vorlesung und ganz ohne brillanten Einfall lösen. Für die Suche nach diesem Vorwissen hat sich folgendes Vorgehen bewährt:

1. Notieren Sie die Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe.

2. Suchen Sie im Skript nach mathematischen Sätzen mit ähnlichen (d. h. gleichen oder in Teilen gleichen, spezielleren oder allgemeineren) Voraussetzungen oder Behauptungen.

3. Notieren Sie jeweils die Voraussetzungen und Behauptungen des recherchierten Satzes und nehmen Sie eine kurze Einschätzung vor: Könnte der Satz für die Lösung hilfreich sein? Wenn ja, wie? Wenn nein, warum nicht?

4. Halten Sie regelmäßig Rückschau: Welche Erkenntnisse haben Sie gewonnen? Gibt es schon eine, vielleicht noch ganz vage, erste Lösungsidee? Wie wollen Sie weiter vorgehen?

D.3 Mathematische Regeln anwenden und auf Passung prüfen

Mit dem folgenden Schema können Sie eine mathematische Regel (einen mathematischen Satz, eine Definition, ein Rechenverfahren, einen Algorithmus etc.) auf eine konkrete Aufgabe anwenden bzw. prüfen, ob sie darauf anwendbar ist:

- Suchen Sie die genaue Formulierung der anzuwendenden Regel im Skript heraus.
- Legen Sie eine zweisepaltige Tabelle an. Tragen Sie in die linke Spalte alle in der allgemeinen Regel vorkommenden Größen und Bedingungen ein, geordnet nach Voraussetzung und Behauptung.
- Tragen Sie in die rechte Spalte die entsprechenden Größen aus der konkreten Aufgabe ein.
- Prüfen Sie, ob die Voraussetzungen der allgemeinen Regel für die konkrete Aufgabe erfüllt sind. Achtung: Manchmal müssen dazu Gleichungen und Aussagen erst ein wenig umformuliert werden.

Beispiel:

Aufgabe: Zeigen Sie, dass das auf \mathbb{R}^2 definierte Differential $(3x^2y^3 + x^2 + y^2 + x + 1)dx + (5x^3y^4 + 2xy + y + 1)dy$ auf \mathbb{R}^2 die Integrierbarkeitsbedingung von Satz 4.32 erfüllt.

Satz 4.32: Gegeben $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial y} \in C(\Omega)$. Dann gilt

$Pdx + Qdy$ ist vollständiges Differenzial einer Funktion $\varphi \Leftrightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$.

Satz	Aufgabe
$P(x,y)$	$3x^2y^3 + x^2 + y^2 + x + 1$
$Q(x,y)$	$5x^3y^4 + 2xy + y + 1$
Ω	\mathbb{R}^2
$\frac{\partial P}{\partial y} \in C(\Omega)$	$15x^2y^4 + 2y \in C(\mathbb{R}^2) \checkmark$
$\frac{\partial Q}{\partial x} \in C(\Omega)$	$15x^2y^4 + 2y \in C(\mathbb{R}^2) \checkmark$
$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$	$\frac{\partial(3x^2y^3 + x^2 + y^2 + x + 1)}{\partial y} = \frac{\partial(5x^3y^4 + 2xy + y + 1)}{\partial x} \checkmark$
\Downarrow	\Downarrow
$Pdx + Qdy$	$(3x^2y^3 + x^2 + y^2 + x + 1)dx + (5x^3y^4 + 2xy + y + 1)dy$
$\varphi_x = P$	$\varphi_x = 3x^2y^3 + x^2 + y^2 + x + 1$
$\varphi_y = Q$	$\varphi_y = 5x^3y^4 + 2xy + y + 1$

Ausarbeitung einer Mathematik-Studentin im 2. Semester

D.4 Lösungsideen entwickeln – nach verwandten Aufgaben suchen

Manche Aufgaben müssen genauer analysiert und sogar umformuliert werden, um an das für die Lösung relevante Vorwissen anknüpfen zu können. Das erfordert Ausdauer und Mut, gerade weil man vielleicht nicht sofort den vollständigen Lösungsweg vor Augen hat. Diese Karte stellt Ihnen drei oft nützliche Strategien dazu vor.

Definitionen anwenden

1. Konzentrieren Sie sich auf einen zentral erscheinenden Begriff.
2. Ersetzen Sie ihn in der Aufgabenstellung durch seine Definition.
3. Formulieren Sie die neue Aufgabenstellung in einem sprachlich korrekten Satz.
4. Prüfen Sie: Verstehe ich die Aufgabe jetzt besser und sehe ich neue Ansatzpunkte für die weitere Bearbeitung?
5. Wiederholen Sie das Verfahren ggf. für einen weiteren Begriff aus der (neuen) Aufgabe.

Mit Formeln experimentieren

1. Wählen Sie eine zentral erscheinende Formel aus.
2. Experimentieren Sie mit der Formel: Formen Sie sie nach Ihnen bekannten Regeln um.
3. Suchen Sie für die dabei entstandenen Formeln im Skript nach baugleichen Formeln: Mit welchen Methoden wurden diese Formeln hergeleitet? Wie wurde mit ihnen weiter gearbeitet?
4. Lassen sich diese Methoden auf Ihre Formel anwenden? Bringt Sie das der Lösung näher?

Beispiele finden und Visualisieren

1. (Er-)Finden Sie ein Beispiel für die Aufgabe und formulieren Sie die Aufgabenstellung speziell für dieses Beispiel. Veranschaulichen Sie alle vorkommenden Größen und ihre Zusammenhänge in einem Bild.
2. Verändern Sie einzelne Daten im Bild (z. B. Hilfslinien einfügen).
3. Beschreiben Sie die dabei sichtbar werdenden Zusammenhänge: Können Sie sie auch für weitere Beispiele plausibel machen? Können Sie sie allgemein beweisen?

D.5 Fehlern vorbeugen und sie finden

Gleichungen in kleinsten Schritten umformen

- Prüfen Sie für jede einzelne Umformung:
1. Ist sie auf bereits bewiesenes Wissen zurückführbar?
 2. Darf sie überhaupt durchgeführt werden?
 3. Wurde sie korrekt durchgeführt?
 4. Ist sie übersichtlich dargestellt?

Gedanken schrittweise in Formeln übersetzen

1. Schreiben Sie Ihren Gedanken alltagssprachlich auf.
2. Überarbeiten Sie ihn so, dass er grammatikalisch und sprachlich korrekt formuliert ist.
3. Notieren Sie zunächst die Teile von ihm, die Sie sofort in Formelsprache übersetzen können.
4. Übersetzen Sie dann die fehlenden Teile in Formelsprache und fügen Sie sie in die freien Plätze ein.
5. Prüfen Sie, ob Ihre Formel korrekt aufgeschrieben ist und Ihrem Gedanken entspricht.

Strukturierte Selbstanweisungen

1. Geben Sie sich klare Selbstanweisungen: Was will ich als Nächstes tun?
2. Führen Sie diese Anweisungen konzentriert aus.
3. Im Rückblick: Wurden die Anweisungen korrekt ausgeführt? Mit welchem Ergebnis?
4. Planen Sie das weitere Vorgehen: Was könnte ein nächster sinnvoller Arbeitsschritt sein?

Verantwortung für die Qualität der eigenen Lösung übernehmen

1. Ich bearbeite meine Aufgabe sorgfältig, konzentriert und gewissenhaft.
2. Ich bemühe mich um die sofortige Verbesserung bereits erkannter Fehler.
3. Ich habe Respekt vor der Aufgabe: Sie wird meine mathematische Kompetenz fördern.